**2 слайд**

**Актуальность темы:**

В различных областях науки и техники возникает необходимость решения многомерных задач теплопроводности, описывающих распределение температуры в объектах сложной формы. Для этого применяются численные методы, среди которых методы расщепления занимают важное место благодаря своей универсальности и эффективности.

Они применимы к широкому спектру задач теплопроводности, включая объекты со сложной геометрией и нелинейными граничными условиями. Эти методы позволяет учесть неоднородные свойства материала и моделировать процессы теплопередачи в многомерных системах, таких как стержни, пластины и объемные тела.

**3 слайд**

**Цель работы:**

Анализ и сравнение методов расщепления: Особый интерес представляют методы переменных направлений (МПН) и дробных шагов (МДШ) с точки зрения их точности и сходимости.

**4 слайд**

**Проблематика**

Численное решение многомерных задач математической физики ставит перед исследователями ряд вызовов:

Необходимость баланса между точностью и эффективностью вычислений: Важно найти методы, обеспечивающие приемлемую точность при минимизации вычислительных затрат.

Поиск экономичных разностных схем: Особое внимание уделяется экономичности, определяемой количеством операций, пропорциональных числу узлов сетки.

Обеспечение устойчивости: Важным аспектом является устойчивость разностных схем, особенно в контексте многомерных задач, где некоторые методы, например, МПН (методы переменных направлений), могут быть непригодны.

Таким образом, актуальной проблемой является разработка и исследование эффективных и устойчивых методов для численного решения многомерных задач математической физики.

**5 слайд**

**Методы расщепления**

Одним из популярных направлений является метод расщепления, который разделяет сложные многомерные задачи на последовательность более простых одномерных задач. Это достигается путем расщепления пространственных дифференциальных операторов по координатным направлениям и последующего использования эффективных алгоритмов, таких как метод скалярной прогонки, для решения полученных одномерных задач.

### **Преимущества методов расщепления:**

* **Упрощение задачи:** Сложные задачи разбиваются на более простые, которые легче решить.
* **Параллелизация:** Подзадачи могут быть решены параллельно, что ускоряет процесс решения.
* **Адаптивность:** Методы расщепления могут быть адаптированы к различным типам задач.

### **Недостатки методов расщепления:**

* **Сходимость:** Сходимость метода расщепления может быть медленнее, чем у других методов.
* **Точность:** Решение, полученное методом расщепления, может быть менее точным, чем решение, полученное другими методами.

### 

В данной работе мы рассмотрим два конкретных метода расщепления:

**6 слайд**

**Метод переменных направлений**

Метод переменных направлений (МПН): Этот метод основан на последовательном решении одномерных задач вдоль каждого координатного направления. На каждом шаге по времени, задача расщепляется на несколько этапов, где на каждом этапе решается одномерное уравнение вдоль одного из координатных направлений.

**7 слайд**

**Метод дробных шагов**

Метод дробных шагов (МДШ): Этот метод также использует идею расщепления, но вместо последовательного решения одномерных задач, он выполняет "дробные шаги" по времени для каждого направления. Это означает, что на каждом шаге по времени, решение продвигается на небольшую долю полного шага по времени вдоль каждого координатного направления.

.

**8 слайд**

**Постановка задачи**

Рассмотрим уравнение теплопроводности для 4 пространственных независимых переменных и одной переменной времени , оно имеет вид:

(1)

**9 слайд**

Применим к нему метод переменных направлений, который заключается в том, что на первом шаге, оператор аппроксимируется неявно, а остальные – явно; на втором шаге, следующий оператор аппроксимируется неявно, а остальные явно и т.д. После этого счет повторяется.

**10 слайд**

Рассмотрим полученную схему, введя оператор :

Получим

Схема имеет порядок:

Также было доказано, что схема условно устойчивая

**11 слайд**

Применим теперь к исходному уравнению (1) метод дробных шагов, которых заключается в том, что на каждом дробном шаге пользоваться будем только неявными операторами. При этом на каждом дробном шаге в правой части аппроксимируется оператор

Получим

(10)

исходная схема (10) имеет порядок . Доказана абсолютная устойчивость схемы.

**Вывод**

В ходе данной научной работы был проведен комплексный анализ методов расщепления для решения многомерных задач математической физики. Особое внимание было уделено двум популярным подходам: методу переменных направлений (МПН) и методу дробных шагов (МДШ). Исследование показало, что оба метода обладают своими уникальными характеристиками, определяющими их применимость в различных областях численного анализа.

Было установлено, что МПН более ресурсоемкий, но имеет меньшую погрешность. Однако, анализ устойчивости выявил ограничение метода – отсутствие безусловной устойчивости. Это означает, что при больших значениях шага по времени, МПН может проявлять неустойчивость, приводя к ошибкам в решении.

В отличие от МПН, МДШ продемонстрировал свойство безусловной устойчивости, что гарантирует стабильность решения при любых значениях шага по времени. Это делает его надежным инструментом для решения задач, где стабильность является критическим факторам. Кроме того, анализ сходимости показал, что МДШ, как правило, обеспечивает более высокую скорость сходимости по сравнению с МПН, что позволяет достигать требуемого результата за меньшее время.

Результаты данной работы могут служить основой для дальнейших исследований в области разработки и оптимизации методов расщепления для решения многомерных задач математической физики. Особый интерес представляют исследования, направленные на повышение точности МПН и снижение вычислительной сложности МДШ, что позволит расширить область применения этих методов и сделать их более доступными для широкого круга задач.